

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی و فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		

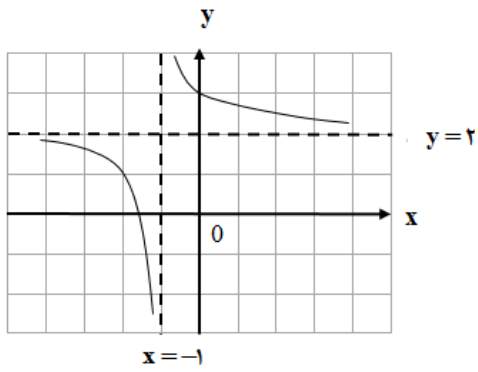
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

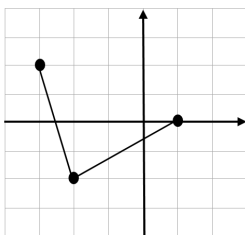
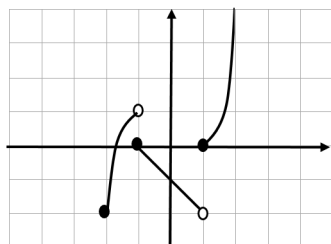
۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) تابع $y = -\log_5 x + 1$ در دامنه خود، یک تابع اکیداً یکنوا است. ب) در بازه $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ مقدار $\tan \theta$ از مقدار $\sin \theta$ کوچکتر است. پ) تابع $f(x) = [x]$ در نقطه $x = 0$ مشتق پذیر است. ت) هر نقطه ای که در آن مقدار $f''(x)$ برابر صفر شود، یک نقطه عطف تابع $f(x)$ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. الف) در نقطه از نمودار مقابل، مقادیر f' و f'' هر دو مثبت است. ب) دوره تناوب تابع تانژانت برابر می باشد. پ) شیب خط مماس بر منحنی $y = 1 - 5x^2 - 2x$ در نقطه ای به طول ۲- واقع بر آن برابر است. ت) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید.	۱
۳	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x+1)$ را رسم کرده و دامنه و برد تابع g را تعیین کنید.	۱
۴	با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & 1 \leq x \end{cases}$ تعیین کنید، تابع در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی می باشد.	۱
۵	چند جمله ای $x^5 + 32$ را بر حسب عامل $(x+2)$ تجزیه کنید.	۰/۵
۶	در $\left(\frac{1}{81}\right)^{10-2x} \leq \left(\frac{1}{3}\right)$ حدود x را به دست آورید.	۰/۵
۷	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۸	معادله $2\sin x \cos x + 3\cos x = 0$ را حل کنید.	۱
« ادامه سؤالات در صفحه دوم »		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی و فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۴۰۰	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

۹	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 5x + [-x]}{2x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{5 - x}$	۱
۱۰	اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{(a+1)x+7}{2x+b}$ به صورت مقابل باشد، آنگاه مقدار $a+b$ را پیدا کنید. 	۱
۱۱	مجانبات های قائم و افقی منحنی تابع $y = \frac{x+1}{x^2+3}$ را در صورت وجود بیابید.	۱
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = 4x(1 - x)$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.	۱/۵
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{4 \sin \frac{x}{2}}{x^2 + \sqrt{x}}$ ب) $g(x) = 3x(x^2 - 6x)^3 + \cos 2x$	۲/۵
۱۴	تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ مفروض است. آهنگ لحظه ای تغییر تابع f در لحظه $t = 4$ از آهنگ متوسط تغییر تابع f از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ چه مقدار بیشتر است؟	۱/۵
۱۵	ورق فلزی مستطیل شکلی، به طول ۱۶ سانتی متر و عرض ۶ سانتی متر در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x بر می گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.	۱/۲۵
۱۶	جهت تقعر تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ را در دامنه اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۲۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9$ را رسم کنید.	۱/۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۰					
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی					
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره		
۱	الف) درست (تمرین ۳ صفحه ۲۱) (۰/۲۵)		پ) نادرست (مثال صفحه ۸۸) (۰/۲۵)				۱		
	ب) درست (تمرین ۶ صفحه ۳۴) (۰/۲۵)		ت) نادرست (تمرین ۲ صفحه ۱۳۲) (۰/۲۵)						
۲	الف) C (۰/۲۵) (صفحه ۱۲۸)		ب) π (۰/۲۵) (صفحه ۳۲)		پ) ۱۸ (۰/۲۵) (صفحه ۷۸)		۱		
					ت) انقباض افقی (۰/۲۵) (صفحه ۹)				
۳	(مشابه مثال صفحه ۱۰ کتاب)		 <p>(رسم شکل ۰/۵)</p>					۱	
	$D_f = [-3, 1]$ (۰/۲۵)								
	$R_f = [-2, 2]$ (۰/۲۵)								
۴	(مثال صفحه ۱۷ کتاب)		 <p>(رسم شکل ۰/۲۵)</p>					۱	
	$[-2, -1]$ صعودی، (۰/۲۵)								
	$[1, +\infty)$ صعودی، (۰/۲۵)								
	$[-1, 1]$ نزولی، (۰/۲۵)								
۵	(مشابه کار در کلاس صفحه ۲۰ کتاب)							۰/۵	
	$x^5 + 2^5 = \underbrace{(x+2)}_{(0/25)} \underbrace{(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)}_{(0/25)}$							۰/۵	
۶	(تمرین ۹ صفحه ۲۲ کتاب)							۰/۵	
	$3^{2x-10} \leq 3^{-4} \quad (0/25)$							۰/۵	
	$2x - 10 \leq -4 \Rightarrow x \leq 3 \quad (0/25)$							۰/۵	
۷	(تمرین ۱ صفحه ۳۳ کتاب)							۱/۵	
	$\max = a + c = -2\pi + 9 = 2\pi + 9 \quad (0/5)$							۱/۵	
	$\min = - a + c = - -2\pi + 9 = -2\pi + 9 \quad (0/5)$							۱/۵	
	$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi \quad (0/5)$							۱/۵	
ادامه پاسخ ها در صفحه بعد									

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۴۰۰				
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی				
راهنمای تصحیح		نمره		

۸	(مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴) $\sin x = \frac{-3}{2}$ قابل قبول نیست (۰/۲۵) $\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ (۰/۲۵) $\sin x = \frac{-3}{2}$ (۰/۲۵) $\cos x (2 \sin x + 3) = 0$ (۰/۲۵)	۱
۹	(مشابه کار در کلاس صفحه ۵۳ کتاب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty$ (۰/۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x} = -\infty$ (۰/۵) الف	۱
۱۰	(مشابه تمرین صفحه ۶۹ کتاب) $2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$ (۰/۲۵) $\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3$ (۰/۲۵) $a+b=5$ (۰/۲۵)	۱
۱۱	(مشابه کاردر کلاس صفحه ۶۸ کتاب) $x^2 + 3 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x^2 = -3$ (۰/۲۵) مجانب قائم ندارد $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2+3} = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = 0$ (۰/۲۵) مجانب افقی	۱
۱۲	(مشابه مثال صفحه ۸۶ کتاب) $f(x) = \begin{cases} 4x - 4x^2 & x \geq 0 \\ 4x + 4x^2 & x < 0 \end{cases}$ (۰/۵) $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x - 4x^2}{x} = 4$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'_+(0) = f'_-(0)$ (۰/۲۵) $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x + 4x^2}{x} = 4$ (۰/۲۵) (چنانچه راه حل، از طریق بررسی شرط پیوستگی و محاسبه مشتق با فرمول باشد نمره منظور گردد.)	۱/۵
۱۳	(مشابه تمرین صفحه ۱۰۱ کتاب) $f'(x) = \frac{\overbrace{\left(2 \cos \frac{x}{2}\right)(x^2 + \sqrt{x})}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{\left(2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(4 \sin \frac{x}{2})}^{(۰/۵)}}{\underbrace{(x^2 + \sqrt{x})^2}_{(۰/۲۵)}}$ الف $g'(x) = \underbrace{3 \times (x^2 - 6x)^2}_{۰/۵} + \underbrace{\left(3 \times (2x - 6)(x^2 - 6x)^2\right)}_{۰/۵} \times \underbrace{3x - 2 \sin 2x}_{۰/۵}$ ب (مشابه تمرین صفحه ۱۰۱ کتاب)	۲/۵
ادامه پاسخ ها در صفحه بعد		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۶/۲۰	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۴	$f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{-240}{16} = -15 \quad (0/5)$ <p>(مشابه تمرین صفحه ۱۱۰ کتاب)</p> $\frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{48 - 80}{2} = -16 \quad (0/5)$ $-15 - (-16) = 1 \quad (0/5)$	۱/۵																																				
۱۵	<p>(مثال صفحه ۱۱۸ کتاب)</p> $x \in [0, 3], \quad 6 - 2x = \text{عرض جعبه}$ $x \in [0, 8], \quad 16 - 2x = \text{طول جعبه}$ $\Rightarrow v(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x, \quad 0 \leq x \leq 3 \quad (0/25)$ $v'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] & (0/25) \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] & (0/25) \end{cases}$ <p>چون $v(0) = v(3) = 0$، پس به ازای $x = \frac{4}{3}$ بیشترین مقدار حجم حاصل می شود. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵																																				
۱۶	<p>(مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۳۶)</p> $D_f = \mathbb{R} \quad (0/25)$ $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} \quad (0/25) \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt[3]{(x-1)^5}} \quad (0/25)$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f''</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td></td><td>\cup</td><td>\cap</td><td>\cap</td></tr></table> <p>تنظیم جدول (۰/۲۵)</p> <p>$f'(1) = +\infty$ پس تابع در $x = 1$ مماس قائم دارد و $x = 1$ نقطه عطف است. (۰/۲۵)</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	f''	$+$	$-$	$-$		\cup	\cap	\cap	۱/۲۵																								
x	$-\infty$	1	$+\infty$																																			
f''	$+$	$-$	$-$																																			
	\cup	\cap	\cap																																			
۱۷	<p>(مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۴۴)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9, \quad D_f = \mathbb{R}$ $f'(x) = -3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \quad (0/25)$ $f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad (0/25)$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>f''</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>f</td><td>$+\infty$</td><td>\nearrow</td><td>\nearrow</td><td>\searrow</td><td>$-\infty$</td></tr><tr><td></td><td>\cup</td><td>\cup</td><td>\cap</td><td>\cap</td><td>\cap</td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td><td>max</td><td></td></tr></table> <p>رسم جدول (۰/۵)</p>	x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	f'	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$	f''	$+$	$+$	$-$	$-$	$-$	f	$+\infty$	\nearrow	\nearrow	\searrow	$-\infty$		\cup	\cup	\cap	\cap	\cap			min		max		۱/۵
x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$																																	
f'	$-$	$+$	$+$	$-$	$-$																																	
f''	$+$	$+$	$-$	$-$	$-$																																	
f	$+\infty$	\nearrow	\nearrow	\searrow	$-\infty$																																	
	\cup	\cup	\cap	\cap	\cap																																	
		min		max																																		
۲۰	جمع بارم «همکاران گرامی لطفا به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید.»																																					